

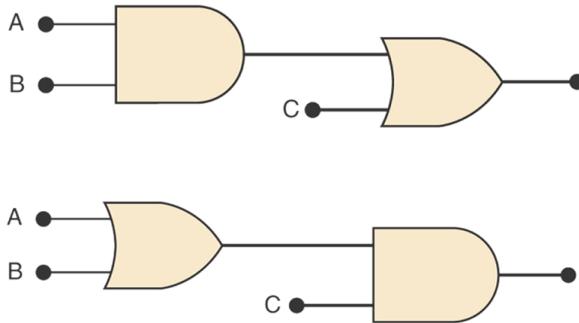
FUNCIONES LÓGICAS

Temario

- ▶ Descripción algebraica
- ▶ Descripción física
- ▶ Compuertas compuestas
- ▶ Simplificación

Descripción algebraica

- ▶ Cualquier circuito lógico puede ser descrito mediante el uso de las tres operaciones booleanas



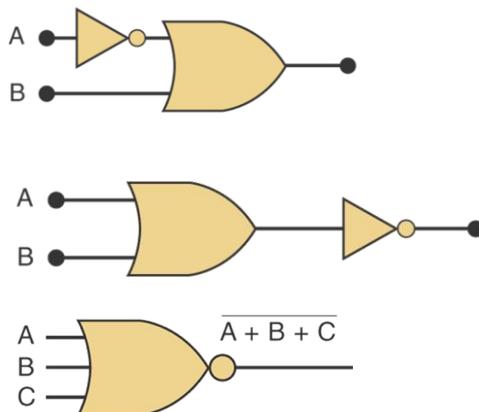
3

Funciones Lógicas

EC2112

Descripción algebraica

- ▶ Circuitos con inversores



4

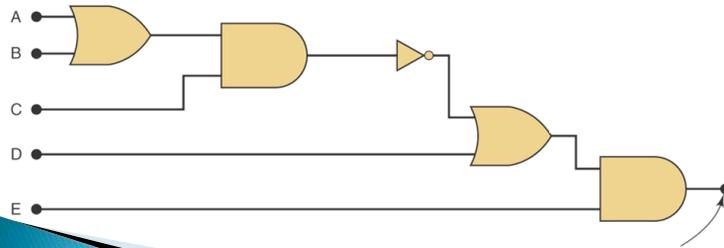
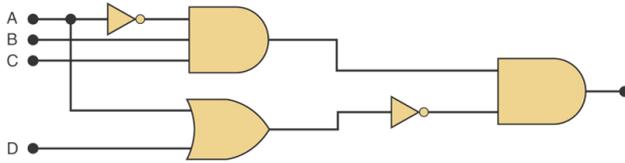
Funciones Lógicas

EC2112

Descripción algebraica



Para el siguiente circuito digital, determine la expresión de la variable de salida x



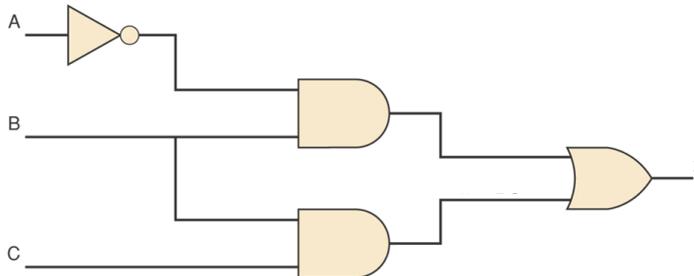
5

Funciones Lógicas

EC2112

Descripción algebraica

- ▶ Un vez que se obtiene la expresión booleana para la salida de un circuito, se puede obtener el nivel lógico de la salida para cualquier combinación de las entradas



6

Funciones Lógicas

EC2112

Descripción algebraica

- Se crea la tabla de la verdad de la función lógica con todas las combinaciones posibles de las entradas

A	B	C	\bar{A}	$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{A}\bar{B}C$	$\bar{A}B\bar{C}$	$\bar{A}BC$	$\bar{A}B\bar{C}$	$\bar{A}BC$	$\bar{A}B\bar{C}$	$\bar{A}BC$	$\bar{A}B\bar{C}$	$\bar{A}BC$
0	0	0	1										
0	0	1	1										
0	1	0	1										
0	1	1	1										
1	0	0	0										
1	0	1	0										
1	1	0	0										
1	1	1	0										

A	B	C	\bar{A}	$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{A}\bar{B}C$	$\bar{A}B\bar{C}$	$\bar{A}BC$	$\bar{A}B\bar{C}$	$\bar{A}BC$	$\bar{A}B\bar{C}$	$\bar{A}BC$	$\bar{A}B\bar{C}$	$\bar{A}BC$
0	0	0	1	0									
0	0	1	1	0									
0	1	0	1	0									
0	1	1	1	0									
1	0	0	0	0									
1	0	1	0	0									
1	1	0	0	0									
1	1	1	0	0									

A	B	C	\bar{A}	$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{A}\bar{B}C$	$\bar{A}B\bar{C}$	$\bar{A}BC$	$\bar{A}B\bar{C}$	$\bar{A}BC$	$\bar{A}B\bar{C}$	$\bar{A}BC$	$\bar{A}B\bar{C}$	$\bar{A}BC$
0	0	0	1	0	0								
0	0	1	1	0	0								
0	1	0	1	0	0								
0	1	1	1	0	0								
1	0	0	0	0	0								
1	0	1	0	0	0								
1	1	0	0	0	0								
1	1	1	0	0	0								

A	B	C	\bar{A}	$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{A}\bar{B}C$	$\bar{A}B\bar{C}$	$\bar{A}BC$	$\bar{A}B\bar{C}$	$\bar{A}BC$	$\bar{A}B\bar{C}$	$\bar{A}BC$	$\bar{A}B\bar{C}$	$\bar{A}BC$
0	0	0	1	0	0	0							
0	0	1	1	0	0	0							
0	1	0	1	0	0	0							
0	1	1	1	0	0	0							
1	0	0	0	0	0	0							
1	0	1	0	0	0	0							
1	1	0	0	0	0	0							
1	1	1	0	0	0	0							



A	B	C	x
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Descripción física



Dibuje el circuito que permite obtener la variable de salida x, cuya expresión algebraica se muestra, a partir de las variables de entrada A, B y C

$$y = AC + \bar{B}C + \bar{A}BC$$

Descripción física

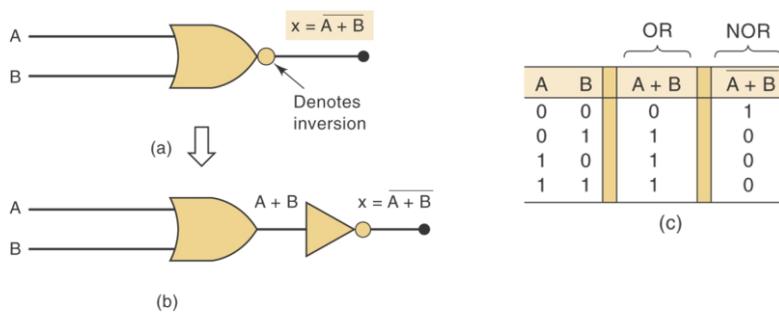


Dibuje el circuito que permite obtener la variable de salida x, cuya expresión algebraica se muestra, a partir de las variables de entrada A, B y C

$$x = (A + B)(\bar{B} + C)$$

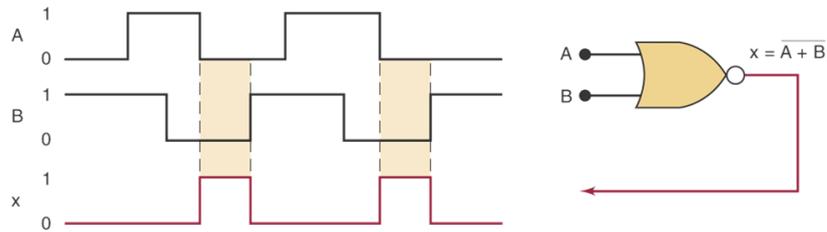
Compuertas Compuestas

- ▶ Es la versión negada de la compuerta OR
- ▶ La salida es un uno cuando ambas entradas tienen un cero



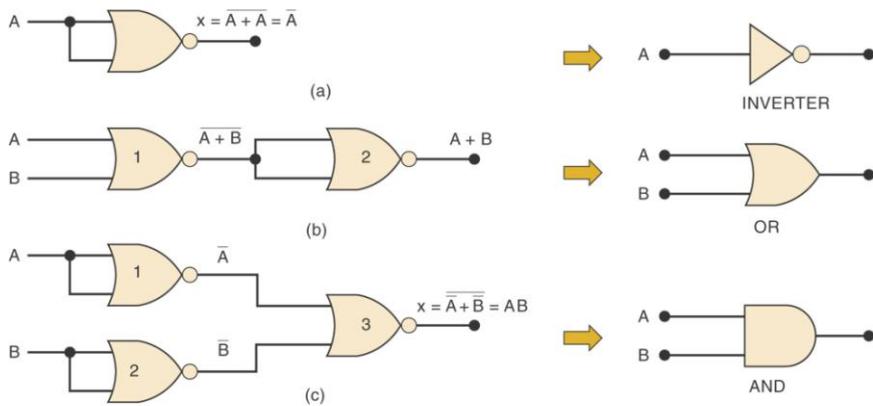
Compuertas Compuestas

- ▶ Análisis grafico de cómo cambia la salida de una compuerta NOR cuando varían sus entradas
- ▶ La salida es un uno si las entradas tienen un cero



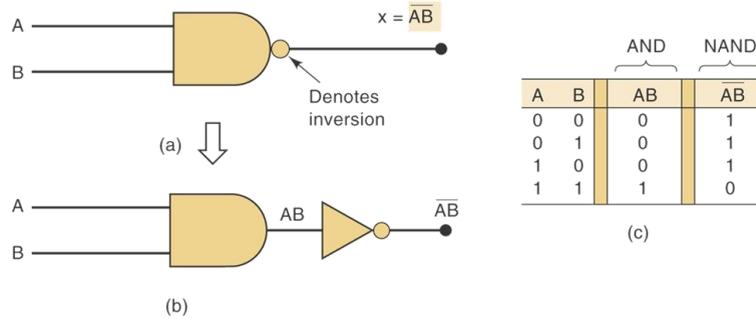
Compuertas Compuestas

- ▶ Universalidad de la compuertas NOR



Compuertas Compuestas

- ▶ La compuerta NAND es la versión negada de la compuerta AND
- ▶ La salida es un uno cuando alguna de las entradas tiene un cero



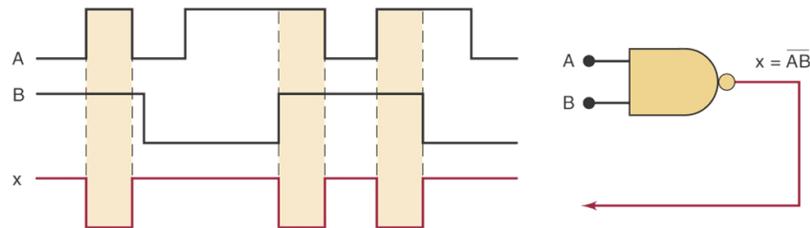
13

Funciones Lógicas

EC2112

Compuertas Compuestas

- ▶ Análisis grafico de cómo cambia la salida de una compuerta NAND cuando varían sus entradas
- ▶ La salida es un uno si alguna de las entradas tienen un uno pero no ambas



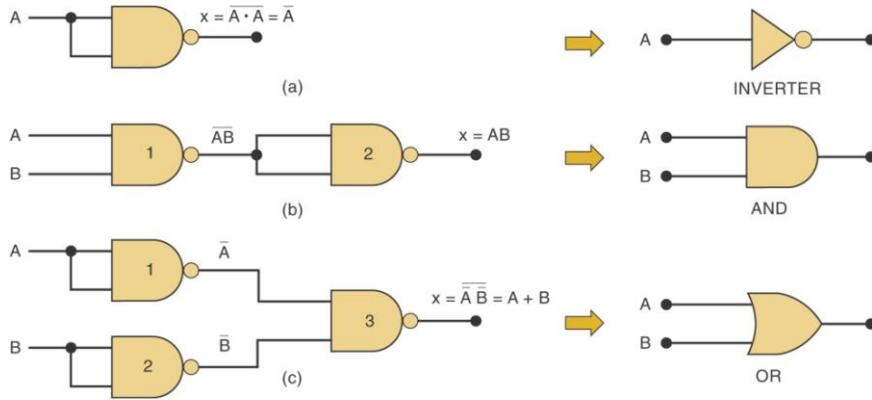
14

Funciones Lógicas

EC2112

Compuertas Compuestas

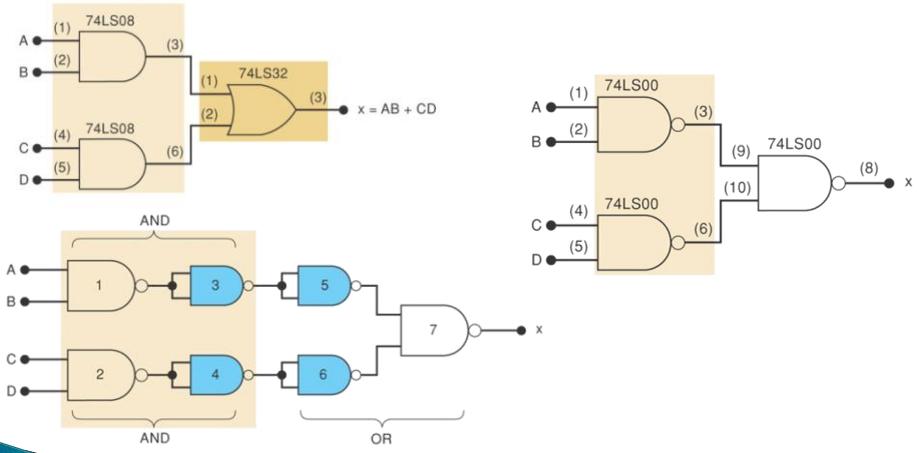
- ▶ Universalidad de la compuertas NAND



Compuertas Compuestas

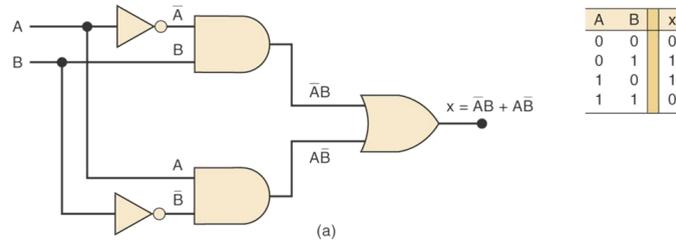


Ejemplo de aplicación de la universalidad de las compuertas NAND

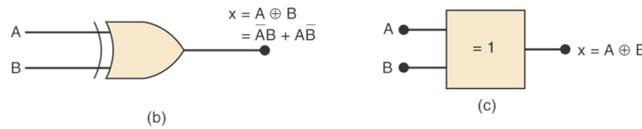


Compuertas Compuestas

- ▶ La salida de la compuerta XOR solo es un uno cuando una de sus entradas es un uno pero no ambas

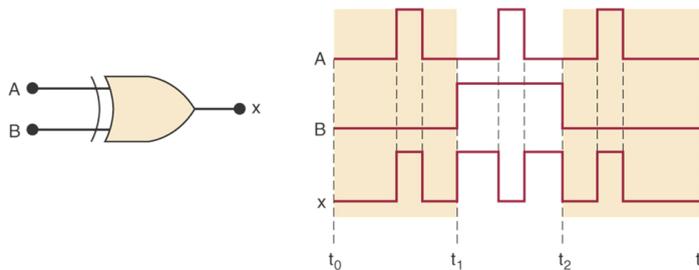


XOR gate symbols



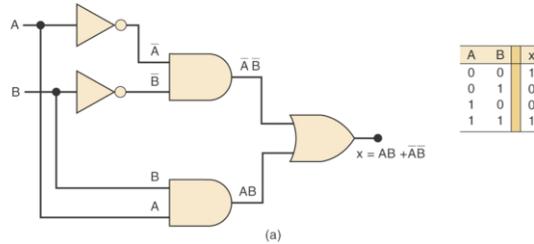
Compuertas Compuestas

- ▶ Análisis grafico de cómo cambia la salida de una compuerta XOR cuando varían sus entradas
- ▶ La salida solo es un uno si las entradas son distintas

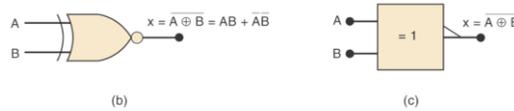


Compuertas Compuestas

- ▶ La compuerta XNOR es la versión negada de la compuerta XOR
- ▶ La salida es alta cuando ambas entradas son iguales

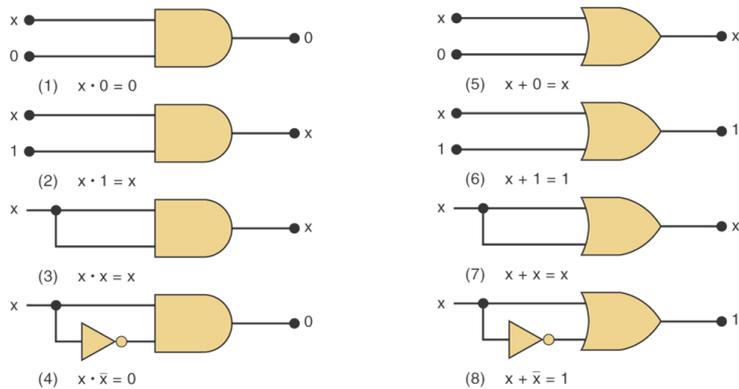


XNOR gate symbols



Simplificación

- ▶ Teoremas booleanos de una sola variable



Simplificación

- Teoremas booleanos de múltiples variables

$$x + y = y + x \quad (9)$$

$$x \cdot y = y \cdot x \quad (10)$$

$$x + (y + z) = (x + y) + z = x + y + z \quad (11)$$

$$x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z = x \cdot y \cdot z \quad (12)$$

$$x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z \quad (13a)$$

$$(w + x) \cdot (y + z) = w \cdot y + x \cdot y + w \cdot z + x \cdot z \quad (13b)$$

$$x + \underline{x} \cdot y = x \quad (14)$$

$$\underline{x} + x \cdot y = \underline{x} + y \quad (15a)$$

$$x + x \cdot y = x + y \quad (15b)$$

21

Funciones Lógicas

EC2112

Simplificación



Ejemplo 1

$$x = ACD + \overline{A}BCD$$

$$x = CD(A + \overline{A}B)$$

$$x = CD(A + B)$$



Ejemplo 2

$$y = A\overline{B}D + A\overline{B}\overline{D}$$

$$y = A\overline{B}(D + \overline{D})$$

$$y = A\overline{B}$$



Ejemplo 3

$$z = (\overline{A} + B)(A + B)$$

$$z = \overline{A}A + \overline{A}B + BA + BB$$

$$z = \overline{A}B + BA + B$$

$$z = B(\overline{A} + A + 1)$$

$$z = B$$

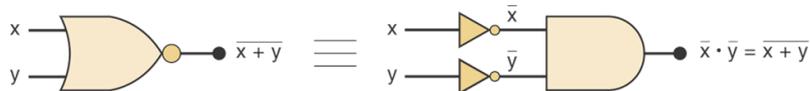
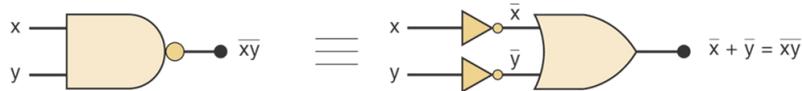
22

Funciones Lógicas

EC2112

Simplificación

Teoremas de DeMorgan



$$\overline{(x + y)} = \bar{x} \cdot \bar{y} \quad (16)$$

$$\overline{(x \cdot y)} = \bar{x} + \bar{y} \quad (17)$$



Ejemplo:

$$x = \overline{(\bar{A} + C)} \cdot \overline{(B + D)}$$

$$x = \overline{(\bar{A} + C)} + \overline{(B + D)}$$

$$x = \overline{\bar{A}} \cdot \overline{C} + \overline{B} \cdot \overline{D}$$

$$x = A \bar{C} + \bar{B} \bar{D}$$

23

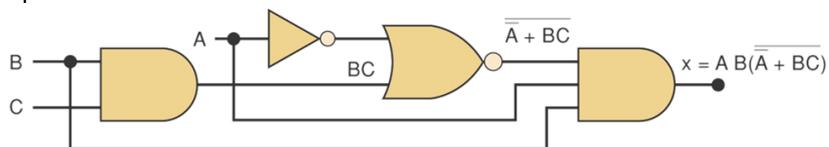
Funciones Lógicas

EC2112

Simplificación



Reduzca el tamaño del siguiente circuito, si ello es posible, utilizando los teoremas vistos en clase



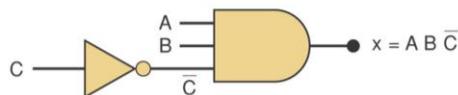
$$x = AB(\bar{A} + BC)$$

$$x = AB(\bar{A} \cdot \overline{BC})$$

$$x = ABA(\bar{B} + \bar{C})$$

$$x = AB(\bar{B} + \bar{C})$$

$$x = ABC\bar{C}$$



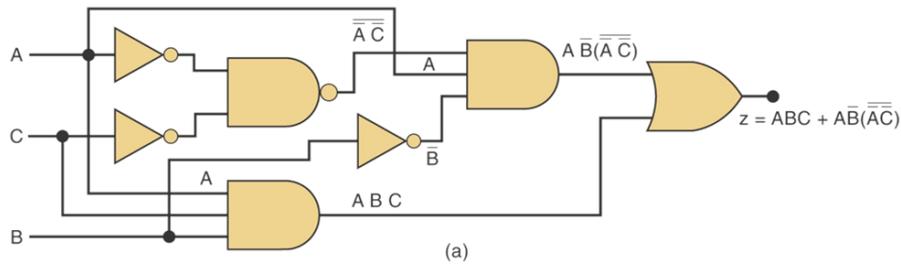
24

Funciones Lógicas

EC2112

Simplificación

- ▶ Reduzca el tamaño del siguiente circuito, si ello es posible, utilizando los teoremas vistos en clase



25

Funciones Lógicas

EC2112

Simplificación

- ☑ Simplificando la función, se tiene que:

$$x = ABC + A\bar{B}\bar{A}\bar{C}$$

$$x = ABC + A\bar{B}(\bar{A} + \bar{C})$$

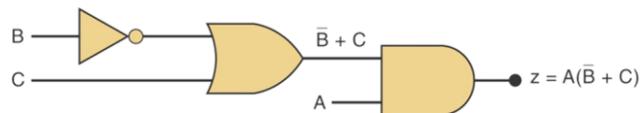
$$x = ABC + A\bar{B}(A + C)$$

$$x = ABC + A\bar{B}A + A\bar{B}C$$

$$x = AC(B + \bar{B}) + A\bar{B}$$

$$x = AC + A\bar{B}$$

$$x = A(C + \bar{B})$$



(b)

26

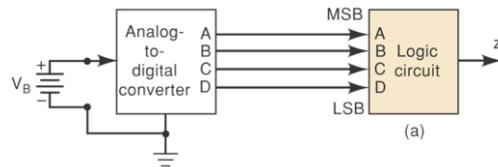
Funciones Lógicas

EC2112

Simplificación



Descripción de una función lógica a partir de su tabla de la verdad



	A	B	C	D	z
(0)	0	0	0	0	0
(1)	0	0	0	1	0
(2)	0	0	1	0	0
(3)	0	0	1	1	0
(4)	0	1	0	0	0
(5)	0	1	0	1	0
(6)	0	1	1	0	0
(7)	0	1	1	1	1 → $\bar{A}BCD$
(8)	1	0	0	0	1 → $A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$
(9)	1	0	0	1	1 → $A\bar{B}\bar{C}D$
(10)	1	0	1	0	1 → $A\bar{B}C\bar{D}$
(11)	1	0	1	1	1 → $A\bar{B}CD$
(12)	1	1	0	0	1 → $AB\bar{C}\bar{D}$
(13)	1	1	0	1	1 → $AB\bar{C}D$
(14)	1	1	1	0	1 → $ABC\bar{D}$
(15)	1	1	1	1	1 → $ABCD$

(b)

Simplificación

- De la tabla de la verdad se tiene que:

$$z = \bar{A}BCD + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}CD + AB\bar{C}\bar{D} \\ + AB\bar{C}D + ABC\bar{D} + ABCD$$

$$z = \bar{A}BCD + A(\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{B}\bar{C}D + \bar{B}C\bar{D} + \bar{B}CD + B\bar{C}\bar{D} \\ + B\bar{C}D + BC\bar{D} + BCD)$$

$$z = \bar{A}BCD + A(\bar{B}\bar{C}(\bar{D} + D) + \bar{B}C\bar{D} + \bar{B}CD + B\bar{C}\bar{D} \\ + B\bar{C}D + BC(\bar{D} + D))$$

$$z = \bar{A}BCD + A(\bar{B}\bar{C} + \bar{B}C\bar{D} + \bar{B}CD + B\bar{C}\bar{D} + B\bar{C}D + BC)$$

Simplificación

- De la tabla de la verdad se tiene que:

$$z = \bar{A}BCD + A(\bar{B}(\bar{C} + \bar{C}\bar{D} + CD) + B(\bar{C}\bar{D} + \bar{C}D + C))$$

$$z = \bar{A}BCD + A(\bar{B}(\bar{C} + \bar{D} + CD) + B(\bar{C}\bar{D} + D + C))$$

$$z = \bar{A}BCD + A(\bar{B}(\bar{C} + \bar{D} + CD) + B(\bar{C}\bar{D} + D + C))$$

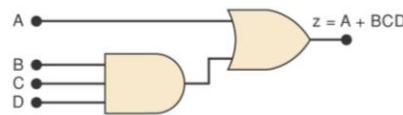
$$z = \bar{A}BCD + A(\bar{B}(\bar{C} + \bar{D} + C) + B(\bar{C} + D + C))$$

$$z = \bar{A}BCD + A(\bar{B}(1 + \bar{D}) + B(1 + D))$$

$$z = \bar{A}BCD + A(\bar{B} + B)$$

$$z = \bar{A}BCD + A$$

$$z = BCD + A$$



29

Funciones Lógicas

EC2112

Referencias

- Electrónica Digital: principios y aplicaciones. Roger Tokheim. Editorial McGraw-Hill capítulo 4.

30

Electrónica Digital

EC2112